MATEMÁTICAS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Calcula, segundo os valores de a, o rango de $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ a+1 & a & 0 \\ 0 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}$

Para $a = 1$, calcula o determinante da matriz $2A^t \cdot A^{-1}$

b) Sexa $B = \begin{pmatrix} -1/2 & x & 0 \\ y & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula x e y para que se cumpra que $B^{-1} = B^t$.

(Nota: A^t, B^t representan a matriz trasposta de A e B respectivamente).

2. Dado o plano $\pi: x - 2y + 3z + 6 = 0$

a) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos de corte de π cos eixes de coordenadas.

b) Calcula a ecuación xeral do plano que é perpendicular ao plano π, paralelo á recta que pasa polos puntos $B(0,3,0)$ e $C(0,0,2)$ e pasa pola orixe de coordenadas.

c) Calcula o punto simétrico da orixe de coordenadas respecto ao plano $\pi: x - 2y + 3z + 6 = 0$

3. a) Calcula as asíntotas e os intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$

b) Calcula $\int_1^e \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$

4. a) Dunha función derivable $f(x)$ sabemos que pasa polo punto $(0,1)$ e que a súa derivada é $f'(x) = xe^{2x}$. Calcula $f(x)$ e a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente a $x = 0$

b) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral.

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema

$$\begin{aligned} x + \ \ y &= m \\ x - my &= -13 \\ 3x + 5y &= 16 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, para $m = 2$.

2. a) Estuda a posición relativa dos planos $\pi_1: x + y + z - 5 = 0$, $\pi_2: \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z = 1 \quad\quad + \mu \end{cases}$

Se se cortan nunha recta, escribe as ecuacións paramétricas da mesma.

b) Calcula a ecuación do plano π_3, que pasa pola orixe de coordenadas e é perpendicular a π_1 e π_2. Calcula a intersección de π_1, π_2 e π_3.

3. a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema de Rolle.

b) Se $c > 2$, calcula os valores de a, b, c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & se\ x < 2 \\ x + 1 & se\ x \geq 2 \end{cases}$$

cumpra as hipótesis do teorema de Rolle no intervalo $[0, c]$.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, a recta tanxente no punto donde a parábola ten un extremo e a tanxente á parábola no punto no a tanxente é paralela á recta $y = 4x$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e a concavicade ou convexidade).